

1. Introducción: Matemáticas Como Arte

A lo largo de la historia de la civilización, transversal al espectro de las sociedades antiguas y modernas, las 2 disciplinas profundamente espirituales y humanas—las artes y las matemáticas—siempre han encontrado contextos de una mutua inspiración, motivación y enlace.

En este curso, vamos a presentar una selección de joyas matemáticas, que se han formado y cristalizado a lo largo de su desarrollo, siempre con un fuerte vínculo y enfoque, que proviene del mundo de las artes. Mediante este mosaico, se pretenden profundizar, extender y entrelazar los conocimientos matemáticos y artísticos, conceptos de Infinitud, Número, Transformación y Simetría, estudiar fenómenos de Espacio, Tiempo y Luz, preguntarse sobre fundamentos como la idea de parte y la idea de objeto, aprender la visualización en su forma más amplia, así como el uso creativo de nuevos medios informáticos.

Construyendo un techo común y unificante para todas estas cosas, se dará una breve y cualitativa introducción a dos grandes creaciones espirituales del Siglo XX: Teoría de la Relatividad y Física Cuántica, y a su hermana gemela—Geometría Cuántica. Se introducirá, en la manera sistemática, un nuevo lenguaje visual, que refleja desde principio, la simplicidad y conexión intrínseca de las cosas, que encontramos en las matemáticas cuánticas.

En resonancia con todo esto, a lo largo del curso se estudiarán diversas obras artísticas, yéndonos por el espectro de las fundamentales disciplinas: como pintura, escultura, danza, teatro, música. . . en la luz de sus innumerables y profundos enlaces con el universo matemático.

De hecho, las matemáticas mismas son una, y en el fondo completamente libre, simple, flexible y pura, forma de arte. Donde las ideas se transforman en el material. Como números, triángulos, cuadrados y círculos. Y donde no solamente las criaturas matemáticas como tales, sino también su construcción—que es la razón prima de su existencia—juntas forman el tejido espacio-temporal para las obras artísticas.

Se trata de la novena ‘vuelta cuántica’ del curso en el Centro Nacional de las Artes, dentro del programa Cultura Integral. Cada realización se caracteriza con un enfoque específico. La vuelta 9 será enfocada a los *fundamentos clásicos y cuánticos* del arte matemático, que también pueden proporcionar un paradigma para interpretar todas las artes. Estos fundamentos teóricos se entrelazarán con las selectas actividades experimentales, y las propias creaciones artísticas de los participantes. También, durante el curso nos visitarán, como invitados especiales, varios distinguidos artistas, científicos y académicos.

2. Objetivos

De los tres generales objetivos del curso, quizás en el primer lugar podemos poner la enseñanza de arte matemático, siempre en su inseparable unión con otras principales formas de arte. Lo específico de este semestre, es el enfoque

hacia los fundamentos, raíces de las cosas, lo más simple. El segundo objetivo, relacionado con el primero, es desarrollar un enfoque cuántico en el pensamiento y las actividades artísticas. El tercer general objetivo es crear un entorno transversal y participativo, para promover la creatividad artística.

Los particulares objetivos del curso son: Incorporar el arte matemático en la producción artística. Conocer principales manifestaciones de números, espacio, tiempo y luz. Conocer la idea de infinitud. Conocer transformaciones y simetría. Conocer diferentes formas de pensar, antiguas y contemporáneas, relacionadas con la teoría cuántica. Aprender ver en el arte, las estructuras matemáticas en fondo. Aprender encontrar enlaces entre diferentes obras de arte, y disciplinas artísticas, mediante el lenguaje matemático.

3. Pre-requisitos, Evaluación y Duración

Aunque no existen los requerimientos formales, es recomendable que cada participante cuenta con unas ideas básicas sobre los números naturales, racionales y reales, incluyendo operaciones elementales aritméticas: añadir, restar, multiplicar y dividir. También, es deseable una familiaridad simple con geometría y objetos fundamentales como triángulos, cuadrados y círculos. Y quizás se debe tener una mínima experiencia en usar una computadora, en modo gráfico.

Como mencionamos anteriormente, el enfoque de este semestre es a los raíces, lo más simple, los fundamentos clásicos y cuánticos. El curso puede servir como un interesante complemento para los que tomaron los cursos de semestres anteriores. Y los que por primera vez inscriben este curso, quizás encontraran las bases para posibles posteriores exploraciones, tanto teóricas como experimentales.

Las ideas desarrolladas durante el curso se expondrán en paralelo con varias prácticas individuales y grupales. La evaluación tendrá múltiples formas, dependiendo principalmente de los participantes. Una modalidad sería a través de mini-proyectos creativos, donde los participantes desarrollen su propia interpretación de conceptos expuestos en el curso, o bien derivados de los mismos. Otra modalidad sería mediante un examen tradicional. Y también, una importante componente de la evaluación es la actividad y desempeño general dentro del curso.

Para la evaluación formal, es indispensable cumplir con 4/5 partes del tiempo, un 80 % de asistencia en las clases.

El curso tiene 4 partes y cada parte se dividirá aproximadamente en 4 semanas, una clase de 2 horas por semana.

4. Plan Académico

4.1. Infinitud, y Nacimiento de Números y Plano

Todas las matemáticas son fundamentadas sobre la idea de la Infinitud. Se comenzará con una discusión general sobre el concepto, y reflexiones en las obras de literatura y artes. Definir objetos infinitos es más simple que definir lo finito. Siguiendo una idea del matemático Georg Cantor, la infinitud se introducirá como la *representabilidad completa* del objeto, dentro de su propia parte. ¿Y que significa decir ‘parte’ de algo, después de todo, que es ‘objeto’?

Lo finito viene como algo más complicado—todo lo que no es infinito. Se observará la apariencia de números naturales en este contexto de ‘suburbio del paraíso’, los arquetipos de la finitud. . . Veremos varias clases de números:

- Cero y Uno, Dos, Tres;
- Cuatro;
- Primos y compuestos; Infinitud e inherente caocidad de números primos;
- Triangulares y cuadráticos;
- Perfectos y no-tan-perfectos;
- Números enteros, racionales, irracionales, reales;
- Imposible i ; Plano de números complejos;
- Número π y Círculos;
- Polígonos regulares y números de Fermat;

Luego veremos también: Dibujos que revelan cálculos con números. Triángulos y círculos como ejemplos principales. Teorema de Pitágoras. Espiral y serie geométrica. Otras curvas interesantes. Razón aurea Φ y demostración visual de su irracionalidad. Cálculos de módulos, y aritméticas y geometrías bebés. Fractales, como objetos no-estándares que ilustran la idea de la infinitud mediante su naturaleza cuántica. Función zeta ζ de Riemann y fórmula $\zeta(2) = \pi^2/6$.

Todo esto nos llevará al establecimiento de una metodología visual, cuya abstracción y generalización en forma de todo un lenguaje cuántico, será el sello del curso.

Q-Actividades: Perfección de Círculo en Caos de los Primos. Varios dibujos con círculos y triángulos. Transformaciones de círculos. Lenguaje de programación LISP. Ventanas de Apolonio.

4.2. Segunda Parte: Espacio

Esta parte comenzará con las superficies, estableciendo la serie de ejemplos primarios:

- Plano Euclideo;
- Esfera;
- Torus;
- Banda de Moebius;
- Botella de Klein;

Luego platicaremos sobre geometrías no-Euclidianas: Geometría Hiperbólica, Modelo de Poincaré, idea de horizonte del espacio, diferencias entre horizontes Euclidianos y Hiperbólicos. Límites de círculos, de Maurits Cornelis Escher, dibujos de Vassily Kandinsky. Geometría Elíptica, Orientabilidad y No-orientabilidad. Una novela de Arthur Clarke.

El espacio 3-dimensional proporciona natural entorno para visualizar las superficies, al menos localmente, aunque no todas las superficies pueden globalmente verse así, inmersas en tres dimensiones. La idea de Cielo geométrico-físico, como el horizonte del espacio 3-dimensional.

Nudos y sus propiedades geométricas. Vínculos entre nudos y superficies. Ideas básicas de topología. Superficies de Riemann. Característica de Euler, campos vectoriales, y teorema Poincaré Hopf. Superficie cuártica de Klein y sus propiedades, la escultura 'The Eightfold Way' de Helaman Ferguson.

Más allá de 3 dimensiones. Concepto de Hipervisión. Eversiones de las Esferas. Primer encuentro con la Teoría de la Relatividad y la interpretabilidad del cielo-esfera como hecha de rayos de luz. Todo esto nos llevará a la pregunta ¿Qué es espacio? Grande y Pequeño. Idea de espacio cuántico. Arte de Olvido.

Q-Actividades: Varias construcciones involucrando modelos de superficies, experimentos con campos vectoriales, y nudos. Teselaciones Euclidianas, Elípticas y Hiperbólicas.

4.3. Tercera Parte: Transformaciones y Tiempo

La idea principal para explorar, con sus varias realizaciones, es de transformación y de simetría. Concepto de grupo. Simetrías en 2 dimensiones. Cuadrado mágico de Albrecht Dürer 4x4, su versión hexadecimal, y binaria, sus simetrías y vínculos con superficies, partículas elementales. Dibujos con colores.

Poliedros Platónicos en 2, 3 y 4 dimensiones. Dibujos y representaciones 3-dimensionales. Modelos de diversos materiales. Propiedades combinatoriales. Algunos dibujos de Pablo Picasso y de Salvador Dalí.

Cuerpo y sus transformaciones. Esculturas cinéticas de Theo Jansen. Propiedades transformacionales de espacio 3-dimensional. Nuestro entrelazamiento

intrínseco con el Cielo, y espinores. Grupo $SO(3)$ y visualización de espacio proyectivo 3-dimensional. Transformaciones celestiales versus transformaciones terrestres.

Programa de Erlangen de Felix Klein—reconstruir la geometría por sus simetrías. Ejemplos de 3 geometrías: Euclideana, Hiperbólica y Eliptica.

Objetos imposibles. Triángulo de Oscar Reutersvard y Roger Penrose, artistas de lo imposible. La posibilidad de lo imposible, como la guía para la creación de contextos matemáticos.

Números cuaternionicos y números octonionicos. Simetrías celestiales de poliedros Platónicos 3-dimensionales llevan a poliedros Platonicos 4-dimensionales.

Lenguaje universal de dibujos para expresar simetrías. Filosofía cuántica. Trenzas y grupo de trenzas. Permutaciones versus trenzas.

Introducción a la teoría de categorías. ¿De qué material son hechas creaturas matemáticas? ¿La verdad importa el material? Representando tiempo en una categoría. Tiempo cuántico.

Q-Actividades: Geometría de rotaciones. Giróscopos. Superposiciones de movimientos. Espirografos. Harmonografos. Interpretación de tiempo como cuarta dimensión. Video como una escultura.

4.4. Cuarta Parte: Luz, Sombra y Objetos Cuánticos

La principal tema de esta parte es la geometría cuántica, con su enfoque unificante. Las ideas ya introducidas y vistas se profundizaran, pintando en mas detalle el marco conceptual con nuevos ejemplos y fenómenos.

Cero y Uno lo contienen todo. Sucesiones binarias. Espacio de Kantor y su realización como espacio de todas sucesiones binarias. Teselaciones de Penrose y su encodificación en sucesiones binarias. Proyección al espacio de Kantor mediante superficies cuánticas conexas. Idea de sombra. Idea de haz.

Diagramas de Feynmann. Dualismo partícula-onda y breve introducción a la física cuántica mediante diagramas. Colectivo versus individual, estadística reflejada en propiedades de los movimientos individuales en espacio 3-dimensional. Fuerza y Substancia, Bosones y Fermiones. Poema de Jorge Luis Borges sobre pájaros. Vínculos entre círculos y fotones. Idea de espacio ‘vivo’. Posible ilustración–fenómeno de sonoluminiscencia y transformación de sonido en luz.

Entre existencia y no-existencia. Paradoja Einstein-Podolsky-Rosen y objetos como una ilusión. Contextualidad. Ideas y filosofía de Nikola Tesla.

Más sobre el cielo geométrico-físico como la esfera compleja hecha de rayos de luz, y la reconstrucción de espacio-tiempo mediante las ‘ondas’ en el cielo. La idea de encriptación de una estructura matemática en un objeto. Discusión sobre cómo lo cambiante se deriva de lo incambiable, estático, invariante.

Q-Actividades: Movimientos corporales que revelan unificación entre individual y colectivo. Experimentos con resonancia electromagnética. Transformadores de Tesla. Sonido versus Luz. Placas Cimáticas.

5. Agradecimientos

La integración de este curso, con los programas y actividades artísticas y académicas del Centro Nacional de las Artes, fue posible gracias a un extensivo interés y multidimensional apoyo por parte de Ana Lilia Maciel, Cristina Barragán, Rosibel Saracay, Antonio Albañes y Carlos Santiago.

Quisiera agradecer a Olmo Uribe por su ayuda y entusiasmo, durante la preparación de las primeras versiones de esta propuesta.

Aunque el curso va en su propia 'modalidad cuántica', recomiendo los siguientes textos como principales y complementarios fuentes de inspiración y material.

Bibliografía

- [1] Tere Arcq: *Cinco Llaves del Mundo Secreto de Remedios Varo/ Llave Esotérica*, Artes de Mexico (2008).
- [2] Claude P. Bruter (Ed): *Mathematics and Arts—Mathematical Visualisation in Art and Education*, Springer (2002).
- [3] Douglas Hofstadter: *Gödel, Escher, Bach: An Eternal Golden Braid*, Basic Books (1979).
- [4] Leonard Euler: *Introductio in Analysin Infinitorum* (1800); *Introduction to Analysis of the Infinite I/II*, Springer-Verlag (1980/1990), Traducción de Latín por John Blanton.
- [5] Werner Heisenberg: *Der Teil und Ganze/La Parte y el Todo*, Traducción de Aleman por Rocio da Riva Muñoz. Ellago Ediciones (2004).
- [6] David Hilbert, Stefan Cohn-Vossen: *Anschauliche Geometrie*, Berlin Verlag von Julius Springer (1932) / *Geometry and the Imagination*, Chelsea Publishing Company (1952).
- [7] Ioannis Keppleri: *Harmonices Mundi* (1619) / *Harmony of the World in Five Volumes*, American Philosophical Society (1997).
- [8] Felix Klein: *Vergleichende Betrachtungen über neuere geometrische Forschungen (A comparative review of recent researches in geometry)* (1872), *Mathematische Annalen*, **43** (1893) 63—100.
- [9] Baruch de Espinosa: *Ética Demonstrada Según el Orden Geométrico*, Ediciones Orbis/Editora Nacional, Madrid (1980). Traducción de Latín por Vidal Peña.
- [10] Robert Goldblatt: *Topoi—The Categorical Analysis of Logic*, Elsevier Science (1984).

- [11] Wassily Kandinsky: *Concerning the Spiritual in Art*, SFA Publications (2006), Traducción de Aleman de Michael Sadler.
- [12] Leonid Ponomarev: *The Quantum Dice*, IOP Publishing (1993). Traducción de Ruso por Alex Repiev.
- [13] Noël Carroll: *Philosophy of Art—A Contemporary Introduction*, Routledge (1999).
- [14] Bernhard Riemann: *On the Hypotheses which lie at the Bases of Geometry*, Nature, **8** (1873), 14–17, 36, 37). Traducción de Aleman por William Kingdon Clifford.
- [15] Tonny Robbin: *Shadows of Reality—The Fourth Dimension in Relativity, Cubism, and Modern Thought*, Yale University Press (2006).
- [16] Micho Đurđevich: *Diagrammatic Formulation of Multibraided Quantum Groups*, Contemp Math **318**, 97–106 (2003).
- [17] Micho Đurđevich: *Matemáticas Como Arte Transversal* (2014).
- [18] David Mumford, Caroline Series, David Wright: *Indras's Pearls. The Vision of Felix Klein*, Cambridge (2002).
- [19] Doris Schattschneider: *M.C. Escher: Visions of Symmetry*, Harry Abrams (2004).
- [20] Immanuel Kant: *Crítica de la Razon Pura*, Edición Bilingue, Fondo de la Cultura Económica (2009). Traducción de Aleman por Mario Caimi.
- [21] William Lawvere, Stephen Schanuel: *Conceptual Mathematics: A First Introduction to Categories*, Cambridge University Press (2009).
- [22] Paul Lockhart: *A Mathematician's Lament: How School Cheats Us Out of Our Most Fascinating and Imaginative Art Form*, Bellevue Literary Press (2009).
- [23] Peter Vergo: *That Divine Order*, Phaidon Press (2005). *The Music of Painting: Music, Modernism and the Visual Arts from the Romantics to John Cage*, Phaidon Press (2012).
- [24] Eugene Wigner: *The Unreasonable Effectiveness of Mathematics in the Natural Sciences*, Communications in Pure and Applied Mathematics, **13**, #* (1960).